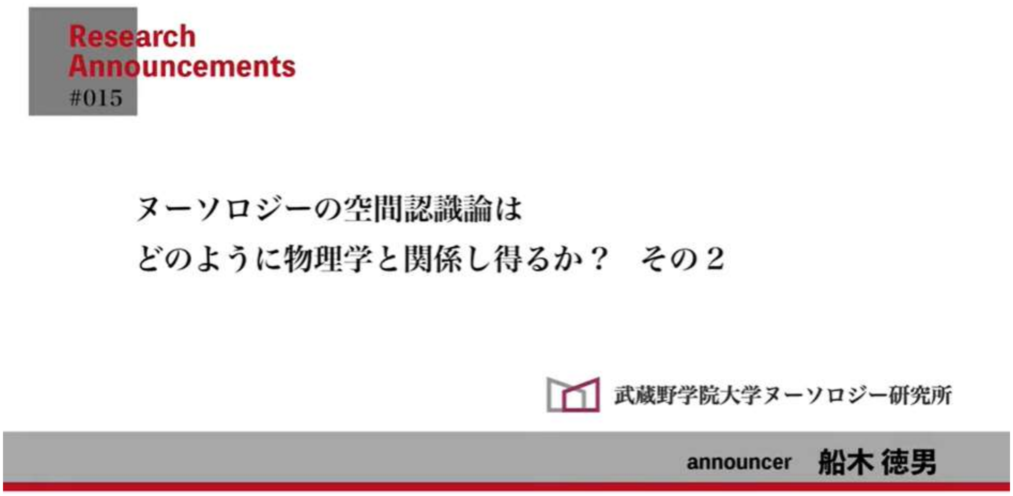
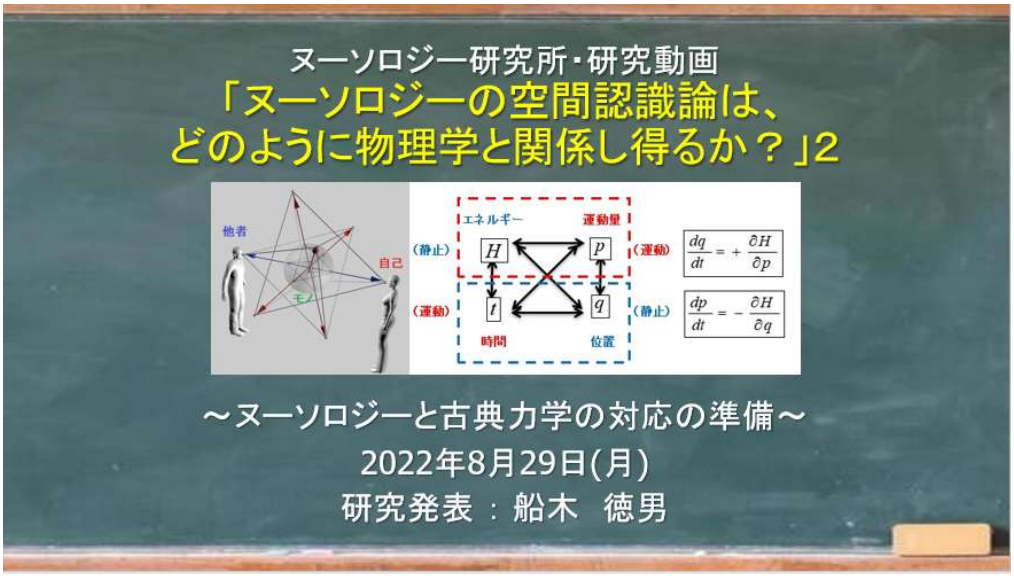
【武蔵野学院大学ヌーソロジー研究所】研究動画シリーズ#015 (2022/9/3 uploaded)
「ヌーソロジーの空間認識論は、どのように物理学と関係し得るか？2」
～ヌーソロジーと古典力学の対応の準備～ (32:40)



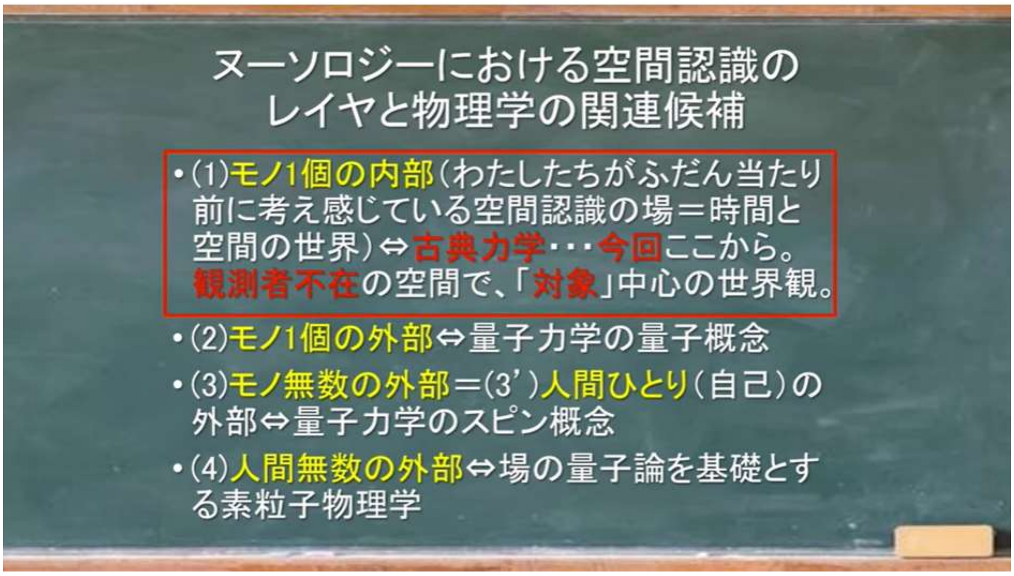


【武蔵野学院大学ヌーソロジー研究所】研究動画シリーズ#015 (2022/9/3 uploaded)
「ヌーソロジーの空間認識論は、どのように物理学と関係し得るか？2」
〜ヌーソロジーと古典力学の対応の準備〜 (32:40)

ヌーソロジーの空間認識論は、どのように物理学と関係し得るか？ 2

船木　徳男

武蔵野学院大学ヌーソロジー研究所の特任研究員の船木徳男です。よろしくお願い致します。

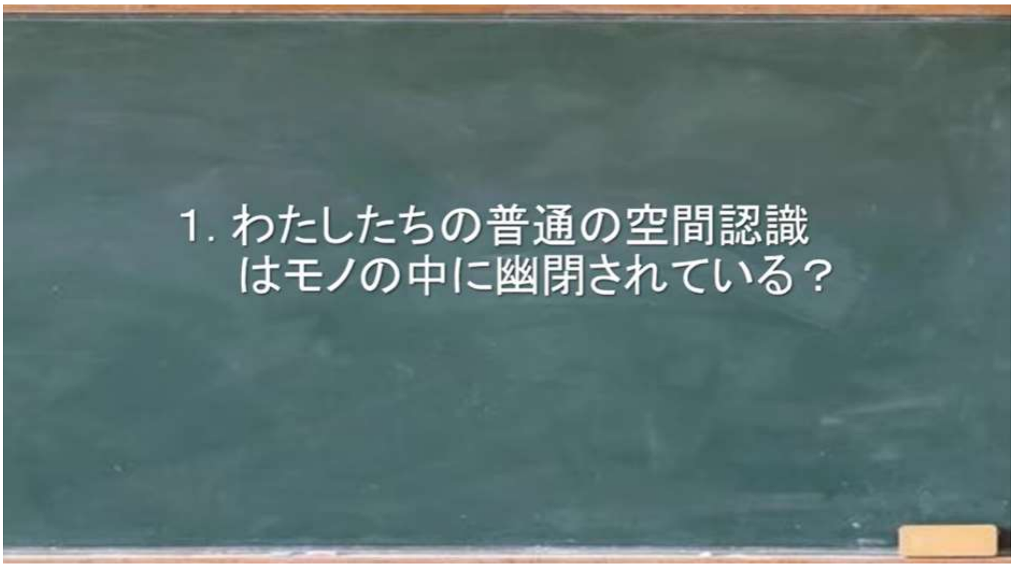


ヌーソロジーは自己・他者関係を基軸とする、従来と異なる全く新しい空間認識論であり、自己・他者・モノをどう見るかという観点から構成されていくものであり、そこには本来異なる空間認識のレイヤが存在していると言います。

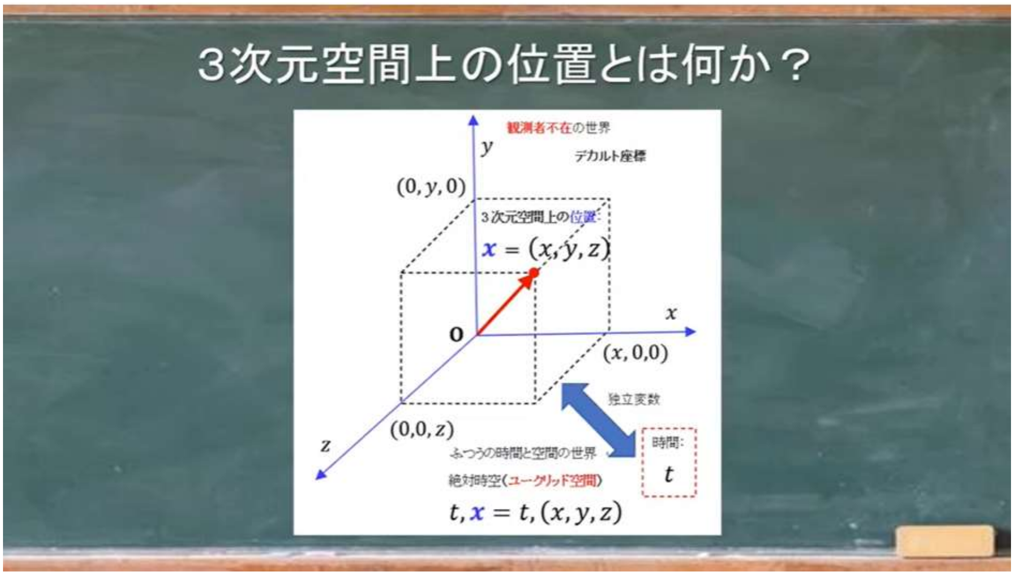
わたしの前回の研究動画では、そうしたヌーソロジーの空間認識論と、物理学の間には、何らかの対応関係を見い出せるのではないかという観点から、まずは、大枠で、空間認識のレイヤの違いに準じて、古典力学・量子力学・素粒子物理学と関連の深い基本的な対応項目のピックアップはできないものだろうかということで、まずは全体的な概略から対応項目の候補となり得る項目をいくつか示唆するにとどめました。

今回の動画からは、ヌーソロジーと物理学の対応候補となる項目などについて、レイヤー別に、探っていくことにしましょう。まずは、最初のレイヤーからです。

この最初の空間認識のレイヤーは、わたしたちがふだん、ごく当たり前に外界として意識している、この時間と空間の世界です。前回の動画でもお話したように、ヌーソロジーの空間認識論においては、「観測者」という観点が非常に重要になってきますが、この最初のレイヤーには「観測者」が存在しません。より正確に言うならば「観測者」という存在が忘却され、「対象」だけが存在しているように思い込んでいる世界であり、対象中心の「モノ」的な世界観というわけです。

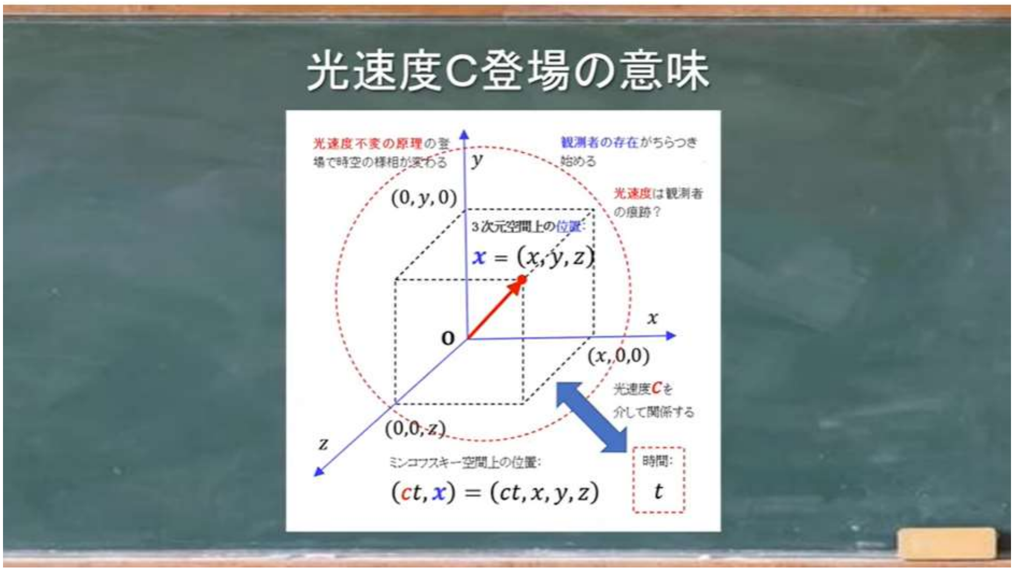


さて、ヌーソロジーでは、わたしたちがふだん当たり前だと思っている、この時間と空間の世界は、実は「モノ 1 個の内部」なのだと言います。「モノ」的な世界観だと言った舌の根も乾かない間に、「モノ 1 個の内部」と言い出すとは何を言ってるのでしょう。この一見トンデモにも聞こえる仮説は、物理学やそれを支える物理数学的な観点からは、果たしてどのように捉えることができるでしょうか。今回はこの辺から探っていくことにします。

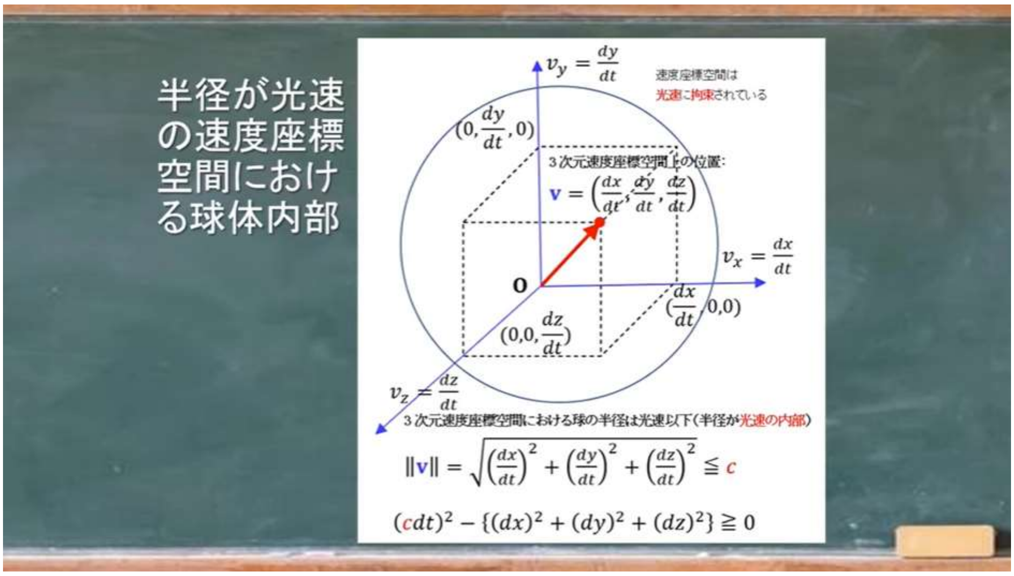


わたしたちは、左右方向・上下方向・前後方向という 3 本の直交する座標軸によって定義される 3 次元空間というものを、ふだん意識するともなく意識して暮らしています。物理学では、これに加えて、時間というものも 1 本の座標軸として加えることで、4 次元時空と呼びます。ただ、一般人としてのわたしたちにとって、3 次元の空間と 1 次元の時間というものは、比べようのないほど全く別の性質を持つものとして意識され、同じ土俵に載せて考えようなどとは思いも寄りません。空間はまるで何かを入れる容器として機能し、ある程度は制御可能な側面はあるかもしれません。しかし、時間はどこからか一方的にやってきて、一方的に過ぎ去るものであって、何かの予測を行うために役立

つことはあっても、時間自体の流れを止めるようなことはできません。その意味で、わたしたち人間は、あくまでも空間と時間を感覚的には別の質を持つものとして処理しています。一方で、この 3 次元空間と 1 次元の時間は、物理学を支える基本的な土台であり、直交する座標系として、カルテシアン座標系、いわゆる、長さの目盛のついたデカルト座標を用います。物理学における 3 次元空間上の位置というものは、このデカルト座標を用いれば、明確に位置を記述できます。これがごく普通の位置座標空間と呼ばれるものです。

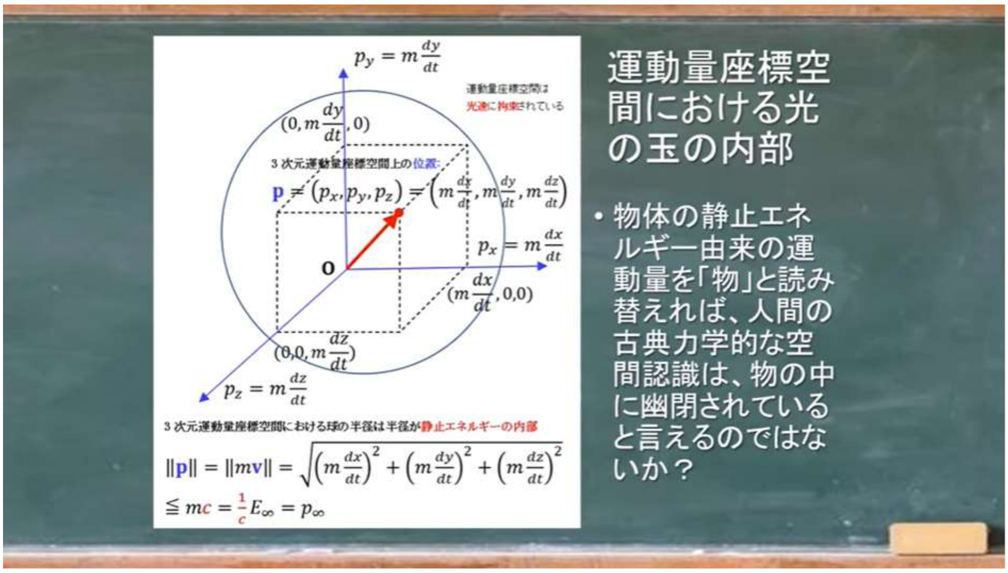


ニュートンの絶対時空の下では、時間と空間は独立した存在で、観測者など全く不要でした。ところが、ニュートンが微分で速度を語り始め、アインシュタインが光速度不変の原理を唱え出すと、時間と空間の様相は一変し、光速度が両者の間に口を挟み出します。そうすると、なぜかいないと思っていたはずの観測者の影がちらつくようになり、無制限だった 4 次元時空にはうっすらとした膜が覆い始めます。このことは次にお話する速度座標空間で露呈します。



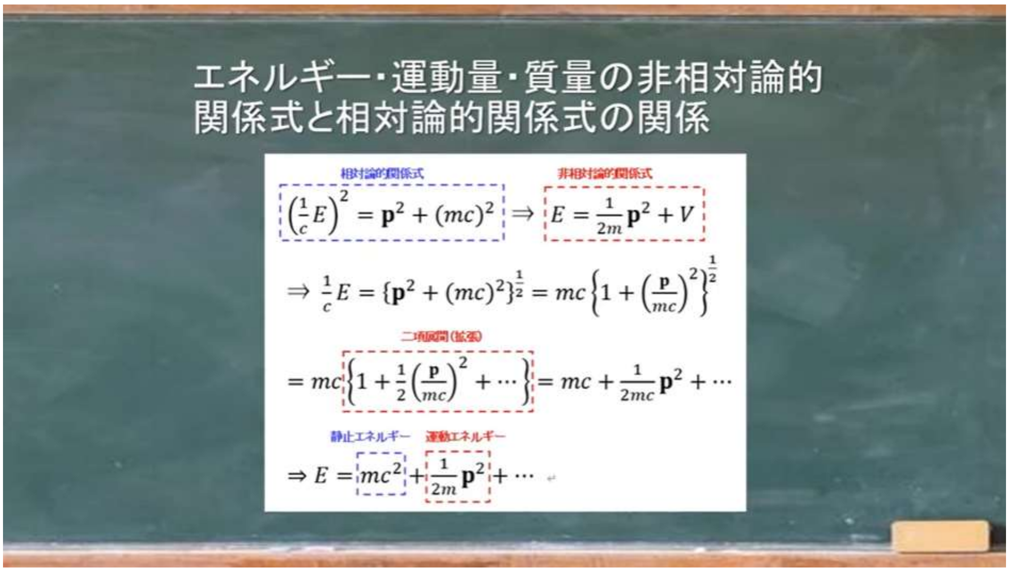
今度は各座標を時間で微分したものを座標として持つ速度座標空間というものを定義しましょう。

すると、一見前述の位置座標空間と同様に思えた空間に実は違いが生じていることがわかります。それは、物理学的な制限という意味でですが、光速度不変の原理に従えば、この座標系の座標の取り方には制限がかかっており、原点からのある点の座標までの大きさは、光速度を超えないということです。つまり、これは、この速度座標空間においては、半径が光速の球面以上の点は存在しないというわけです。要するに、この速度座標空間は明らかに光速によって制約を受けており、半径が光速の球面の内部に閉じ込められています。前述の位置座標空間と速度座標空間で一体なぜこのような違いが生じたのでしょうか。よくよく考えてみると、位置座標空間では、時間は空間に対して分離的に関わっていましたが、速度座標空間では、時間は速度という形で、空間上の位置を微分するものとして積極的に関わります。ここに、どうやら、位置座標空間と速度座標空間の根本差異がありそうです。時間が空間に積極的に関わり出した途端、空間の質を変えてしまったのではないでしょうか。



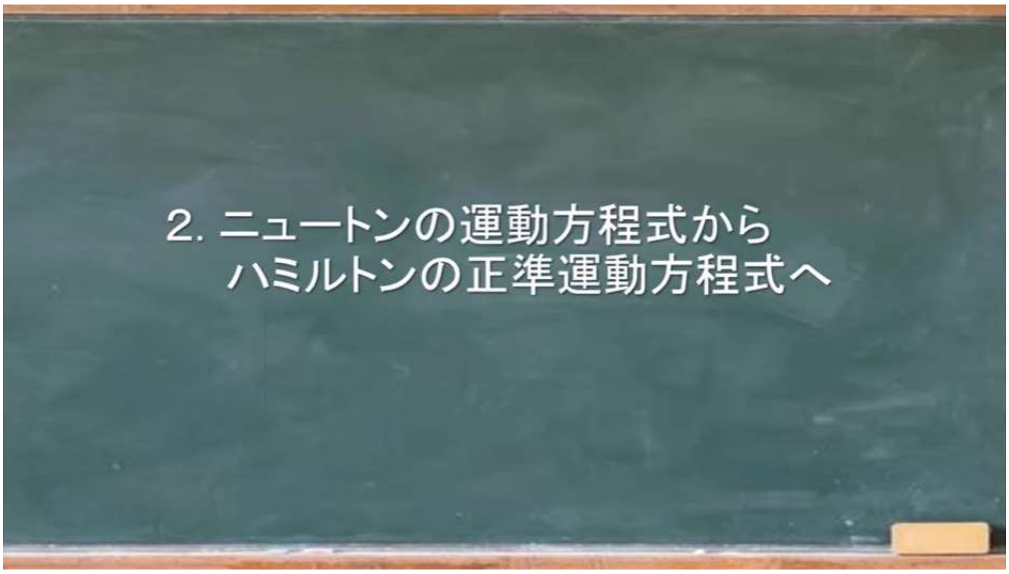
さらにこの速度に対して質量を掛け合わせた運動量というもので、運動量座標空間を定義すれば、速度座標空間と同様に、光速の制約を受けます。より正確に言えば、アインシュタインのエネルギーと質量の等価式に出て来る物質の静止エネルギーを光速で割って運動量に換算したものを半径とする球面の内部に、すべての運動量座標を持った点は収まってしまいます。つまり、この球面で覆われた球空間を「光の玉」と呼ぶことにすれば、その光の玉の内部に、運動量座標空間全体がすっぽり収まるというわけです。そもそもこの光の玉は光速に達した物体の運動量でしたから、単に「物」と呼んでもいいでしょう。したがって、運動量座標空間というのは、物の内部に閉じ込められていると言っていいかもしれません。

位置座標空間でははっきりとは制限がかかっているように見えませんでしたが、それと対等なはずの運動量座標空間には制限がかかり、光速に達した「物」の内部に閉じ込められていたというわけです。

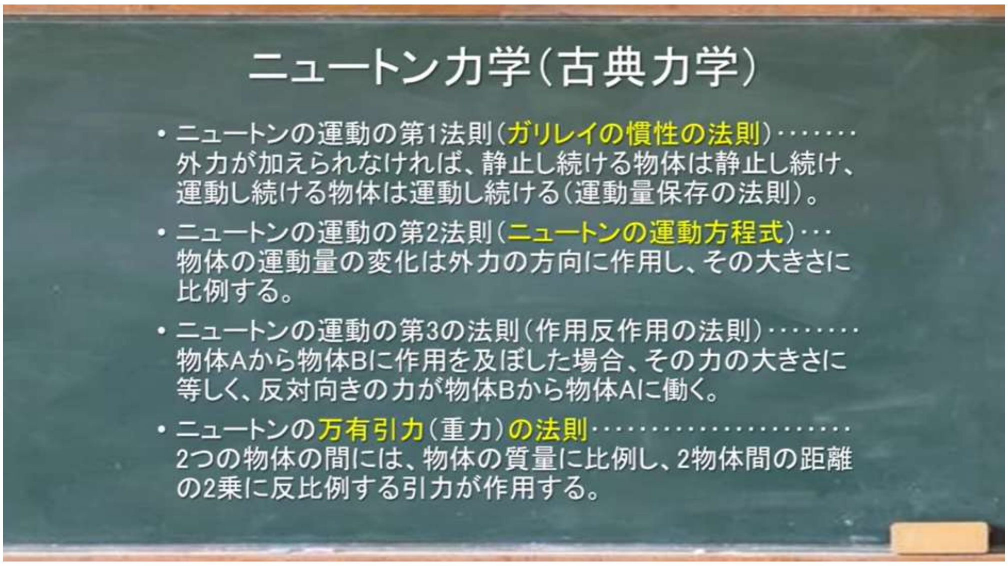


余談ですが、エネルギー・運動量・質量の関係式について、同じ古典力学でも、狭義のニュートン力学では、エネルギーに対する運動量の関係がある種放物線的ですが、特殊相対論の世界ではエネルギーと運動量の関係がある種直角双曲線的になっています。放物線も直角双曲線も円錐曲線と呼ばれる 2 次曲線でどちらも開いているように見えますが、直角双曲線というのは数学的には角度が純虚数の円と言えますから、別な側面からは閉じているとも言えるわけです。

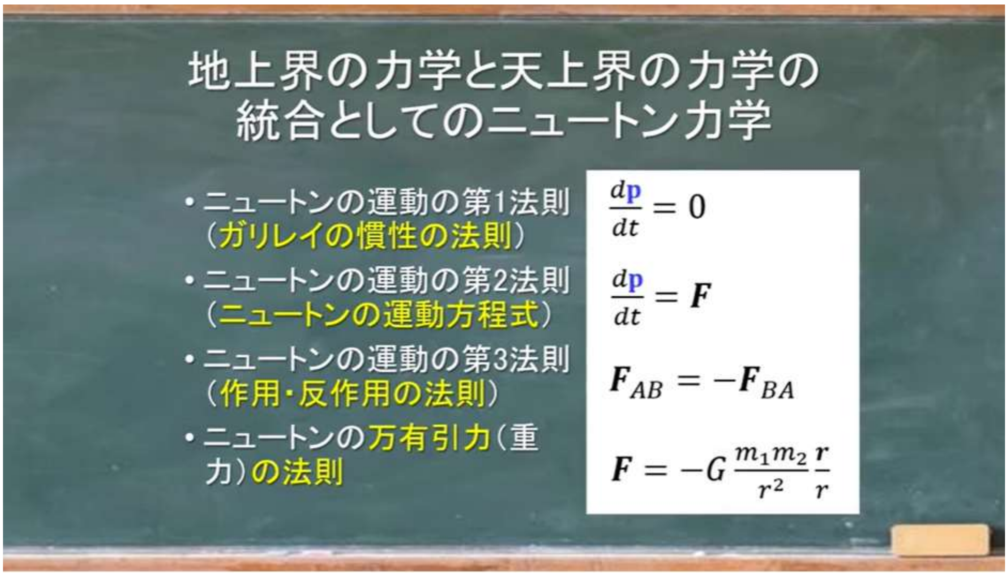
一応念のために、エネルギー・運動量・質量の相対論的関係式について、二項展開で開けば、その第 2 項に、ニュートン力学におけるエネルギー・運動量・質量の非相対論的関係式の運動エネルギーの項が導かれます。



さて、古典力学の復習を兼ねて、古典力学におけるニュートンの運動方程式、ラグランジュの運動方程式、ハミルトンの正準運動方程式などについて振り返り、ヌーソロジーと物理学の対応関係が見い出せそうな項目候補についてピックアップを試みます。

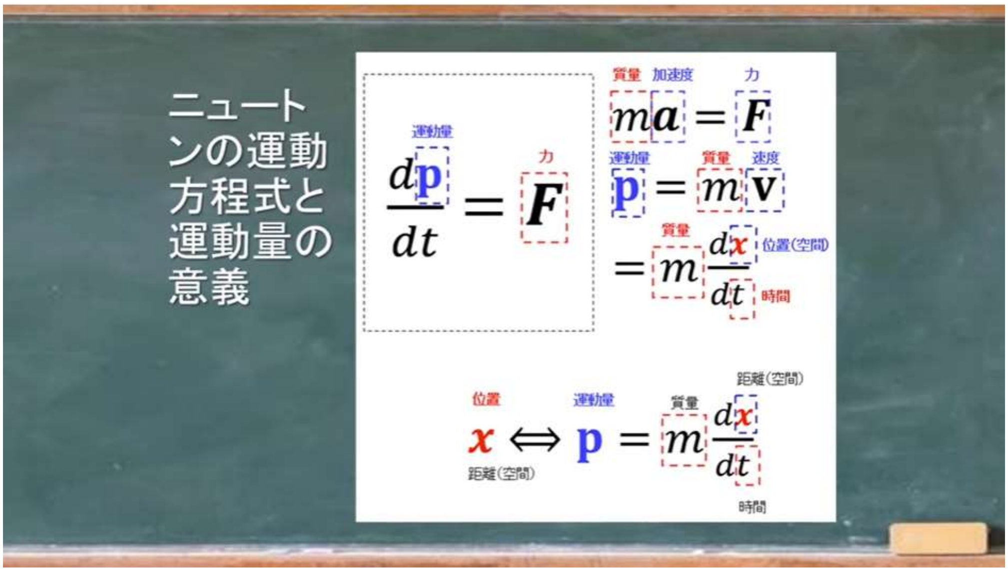


まずは、ニュートン力学の基本であるニュートンの運動法則や万有引力の法則について、簡単に振り返っておきましょう。まず、ニュートンの運動の 3 法則ですが、第 1 法則、第 2 法則、第 3 法則はそれぞれ「ガリレイの慣性の法則」、「ニュートンの運動方程式」、「作用反作用の法則」とも呼ばれます。第 1 法則は、正確には「外力が加えられなければ、静止状態も含み、等速直線運動をする物体は等速直線運動をし続けるというもので、「運動量保存の法則」を意味します。第 3 法則はある物体から別の物体に対して力を加えたときに、大きさが同じで逆向きの力が働くというものです。ニュートンの万有引力の法則は、質量を持った 2 つの物体間に働く力は物体間の距離の 2 乗に反比例するというもので、電磁気学のクーロンの法則とともに、逆自乗則とも言われます。この中で一番重要な法則が、運動の第 2 法則の「ニュートンの運動方程式」ですが、これについては後で詳しく話しましょう。

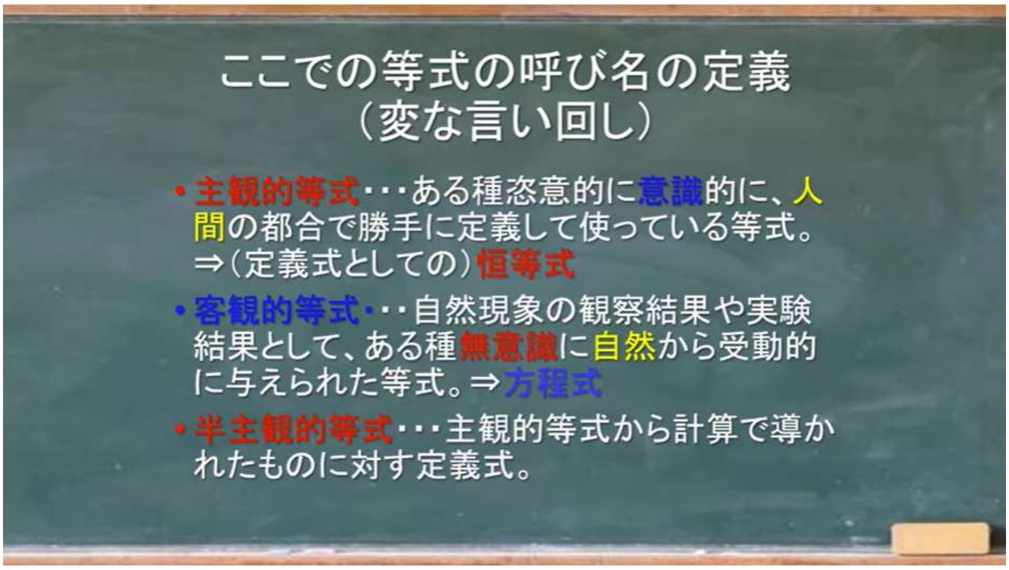


前述のニュートンの運動の 3 法則や万有引力の法則を数式を用いて表現しますと、このような感じになります。太字のゴシック体の p、F、r は、それぞれ 3 次元空間におけるベクトルを表し、p は運

動量ベクトル、F は力のベクトル、r は位置ベクトルです。



さて、ニュートンの運動方程式です。高校で習う物理学では、ニュートンの運動方程式は、F＝maという形で習いますが、これだと少し本質が押さえづらいと言われます。その理由は、運動量という物理量も、時間微分も登場しないからです。物理学で重要なことは、どんな物理量が時間とともにどのように変化するのかということであり、それらが明示されていないからです。ニュートンの偉大な発明は、微分という概念を確立させ、解析学分野を開いた以外に、「運動量」という新たな物理量を考案したことだと言われます。近代以前は、物理量というものは、距離、質量などほとんどが一つの物理量として計測されるものばかりでした。ところが、ニュートンが考え出した運動量というのは、2 つの物理量である質量と速度の積であり、その速度とは距離をベースにした位置を時間で微分したものでした。この運動量は、古典力学の基本的な物理量と言われる、質量、距離（あるいは空間と呼んでもいいですが）、そして時間という 3 つの物理量を組み合わせたものでもありました。この運動量の時間に対する変化、いわゆる時間微分が加えられた力の大きさに等しいというのが、ニュートンの運動方程式です。近代以前は、複数の物理量を機械的に組み合わせて新たな物理量とするという発想自体がなかったと言われます。この「運動量」というニュートンの偉大なる発明は、狭義のニュートン力学のみならず、解析力学では、位置とともに正準双対な物理量として扱われ、時間とエネルギーという同じく正準双対な物理量ともに、古典力学において最も基本的な物理量となりました。その後に誕生した量子力学や素粒子物理学などの現代物理学においても、基本的な物理量というその地位は揺らがなかったわけですから、この運動量という物理量が持つ意義とそのすごさがわかります。



ここで、今回のスライドだけの変な言い回しにはなるのですが、ここでの等式の呼び名として「主観的等式」「客観的等式」「半主観的等式」を定義しておきましょう。まず、「主観的等式」ですが、これは、ある種恣意的に意識的に、人間の都合で勝手に定義して使っている等式を指します。ここでは、主に、定義式としての「恒等式」を指します。

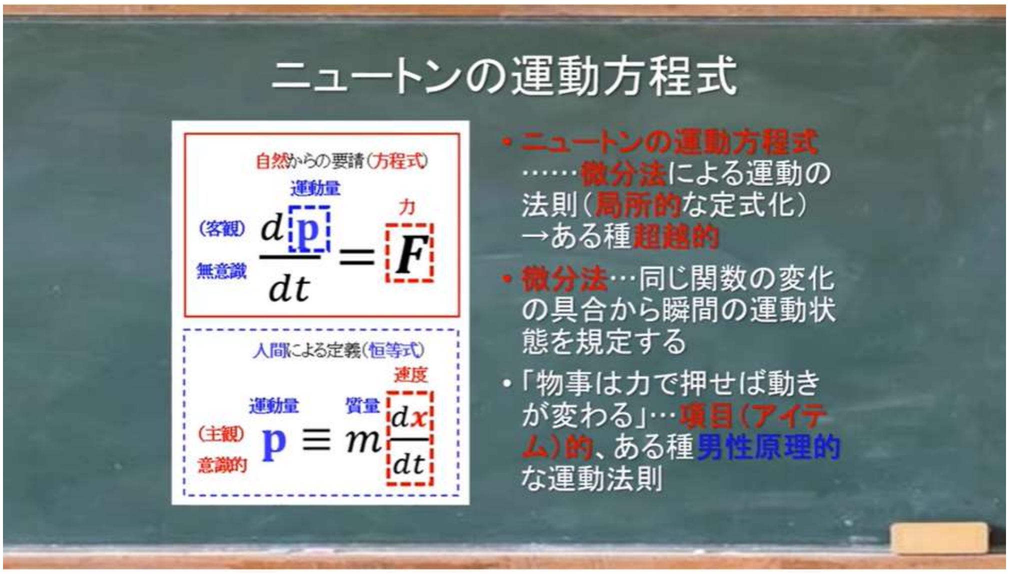
これに対して、「客観的等式」とは、自然現象に対する観察結果や実験結果に基づいて、ごく自然に導かれた等式のことであり、いわばある種無意識に自然から受動的に与えられた等式だとも言えるもので、ここでは、主に「方程式」を指します。

最後に、「半主観的等式」ですが、主観的等式から計算で導かれた物理量などの定義式を指します。

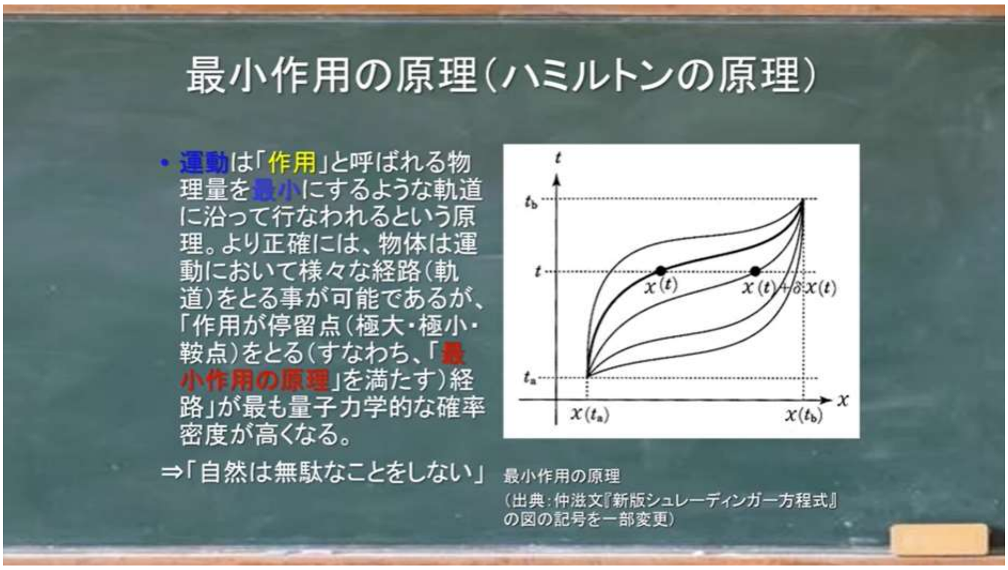
このあと、ニュートンの運動方程式⇒ラグランジュの運動方程式⇒ハミルトンの正準方程式という運動方程式をめぐる変遷を見て行きますが、面白いことに、この観点から眺めてみると、ニュートンの運動方程式ではあくまでも主観的等式の位置でしかなかった運動量の定義式という極めて人工的な恒等式が、次第に、半主観的等式を経て、客観的等式である方程式と同格の位置へと格上げされていくのがわかります。

あくまでも私の勝手な主観ではありますが、このような見方を通して、物理学で扱われる等式に対して、与えられた受動的思考の産物であるか、あるいは、人間が論理構築のために能動的思考として生み出した産物であるかといった、ある種の思考の眼差しの差異のようなものを感じるわけです。

【武蔵野学院大学ヌーソロジー研究所】研究動画シリーズ#015 (2022/9/3 uploaded)
「ヌーソロジーの空間認識論は、どのように物理学と関係し得るか？2」
〜ヌーソロジーと古典力学の対応の準備〜 (32:40)



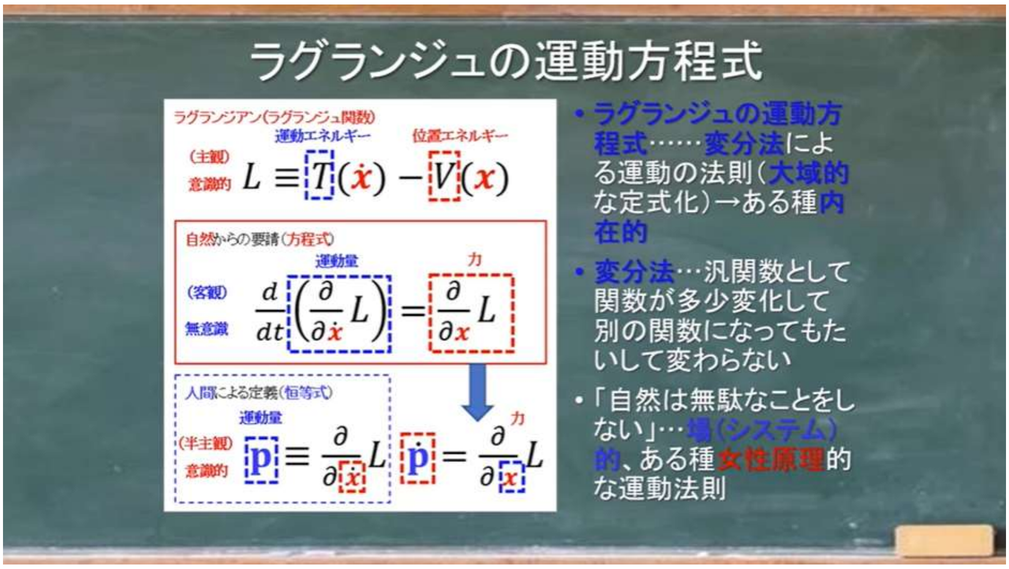
さて、ニュートンの運動方程式と言えば、「運動量の時間変化は加えられた力と等しい」という「方程式」ですが、自然の物体の運動という現象をある種受動的に観察した結果導かれた等式であるため、前述の定義からすれば「客観的等式」と呼んでいいでしょう。一方で、これを支えているのは、運動量という物理量の定義する「恒等式」です。これは、人間の都合で恣意的に決められたものですから、前述の定義からすれば「主観的等式」と呼べるでしょう。つまり、ニュートン方程式は「客観的等式」、運動量の定義式という恒等式を「主観的等式」とします。ところで、ニュートン方程式では、時間の変化に対する運動量の変化を表した等式ですが、その運動量は時間を変数として値が変化する関数としては捉えていても、関数自体がその形を変えていく汎関数としてまでは捉えていませんでした。すなわち、微分法で扱う関数は変数に対してその関数の形まで変化するものまでは扱えません。その意味で、ニュートン方程式は。微分法の特徴でもある瞬間の時刻における運動量の変化を運動方程式として捉えているわけですから、極めて「局所的な定式化」と呼んでいいでしょう。



そもそも物理学において、物体の運動とはどういうものであるかということを考えましょう。ここでは、ある瞬間の時刻の物体の運動状態ではなく、ある時刻からある時刻までに物体がどのような経路をとるかを考えます。そうして生まれたのが「最小作用の原理」あるいは「ハミルトンの原理」と呼ばれるものです。

「最小作用の原理」は、ニュートン力学をより一般化して、解析力学として整備していく、その契機となる原理とも言えるものでした。簡単に述べれば、「最小作用の原理」とは、運動は「作用」と呼ばれる物理量を最小にするような軌道に沿って行なわれるという原理です。物体は運動において様々な経路（軌道）をとる事が可能ですが、実際には、そうした経路のうち、作用が最小値となる点、より厳密には、作用が極大・極小あるいは鞍点という停留点をとるような経路が選ばれるというものです。したがって、慣習的に用いられる最小作用の原理という言い方は必ずしも正確ではないため、「ハミルトンの原理」と呼ばれるのが一般的なようです。

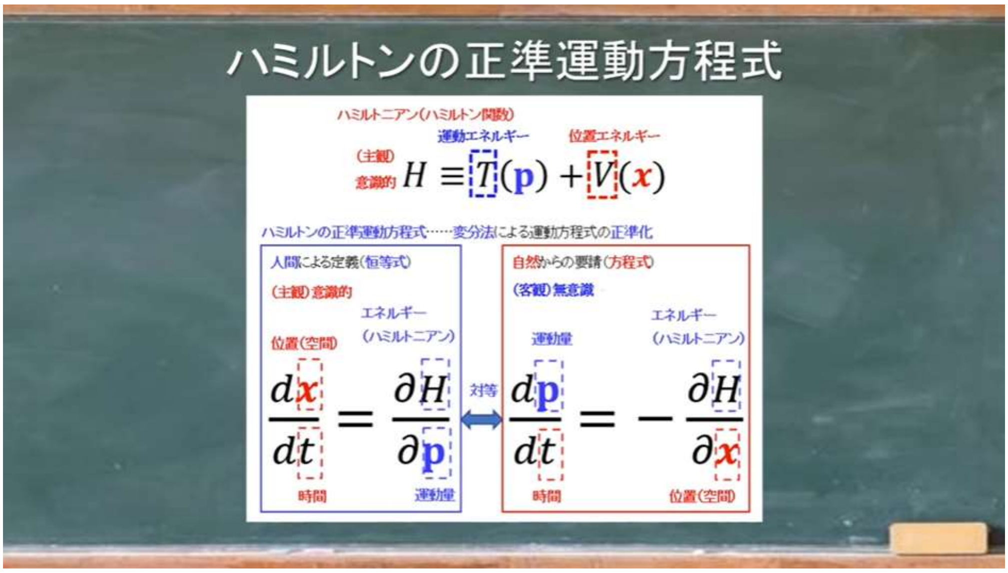
これは、18 世紀後半、元々粒子の衝突から発見された「モーペルテュイの原理」を、オイラーが力学曲線として幾何学的な形状を与える解析学的な方法として数学的に一般的に拡張したものを、運動方程式を規定する原理として適用したのがラグランジュでした。



ハミルトンの原理とは、古典力学において、ある 2 点間の物体の運動状態というものを考えた場合、いろいろな軌道というものは考えられるものの、実際に起きる運動の軌道は、作用と呼ばれる汎関数の積分が停留関数となるものが採用されるというものです。これは、言い換えれば、ある地点からある地点へ向かう全経路のうちで、最もコストに見合った最適の経路を選択するというものです。要するに、「自然は無駄なことをしない」というわけです。この原理から「ラグランジュの運動方程式」が導かれます。

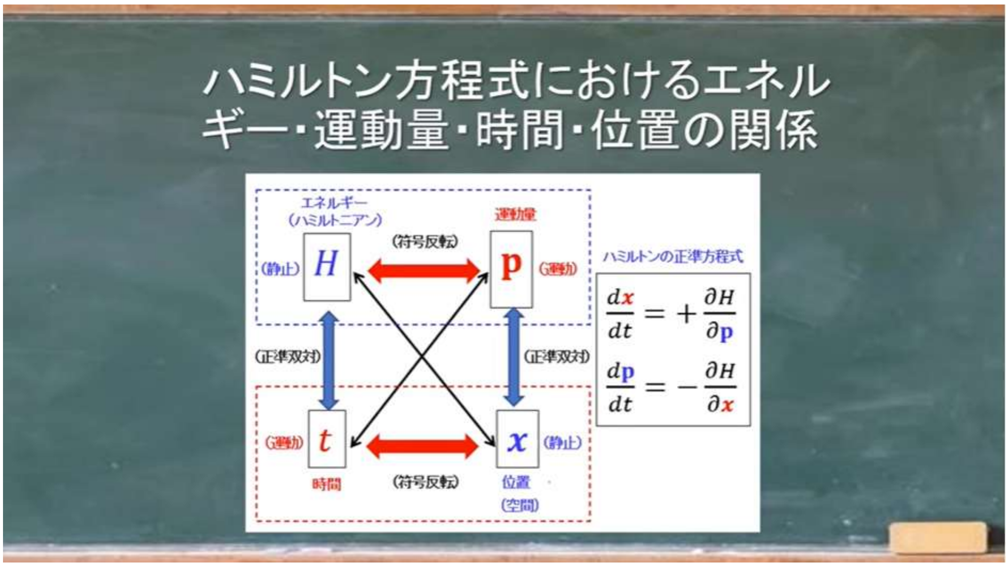
ラグランジュ方程式で重要な物理量と言えば、「ラグランジアン」あるいは「ラグランジュ関数」と呼ば

れる、エネルギーに関する物理量です。ラグランジアンは、運動エネルギーから位置エネルギー（より広くはポテンシャルエネルギー）を引いた物理量であり、一般化された位置と、一般化された速度を変数とする関数になっています。速度は位置に関する時間微分ですから、位置に従属する変数になります。ここで、ラグランジアンを速度微分したものを運動量と定義すれば、ラグランジュ方程式は。運動量の時間微分がラグランジアンを位置微分したものと等しいとする方程式になります。ここで、少し見比べれば、運動量の定義式は、運動量がラグランジアンを位置の時間微分で微分したものと等しいとする恒等式であり、ラグランジュ方程式は、運動量の時間微分がラグランジアンを位置で微分したものと等しいとする方程式ですから、両者は、数式的にはある種交差的な対称性を感じます。

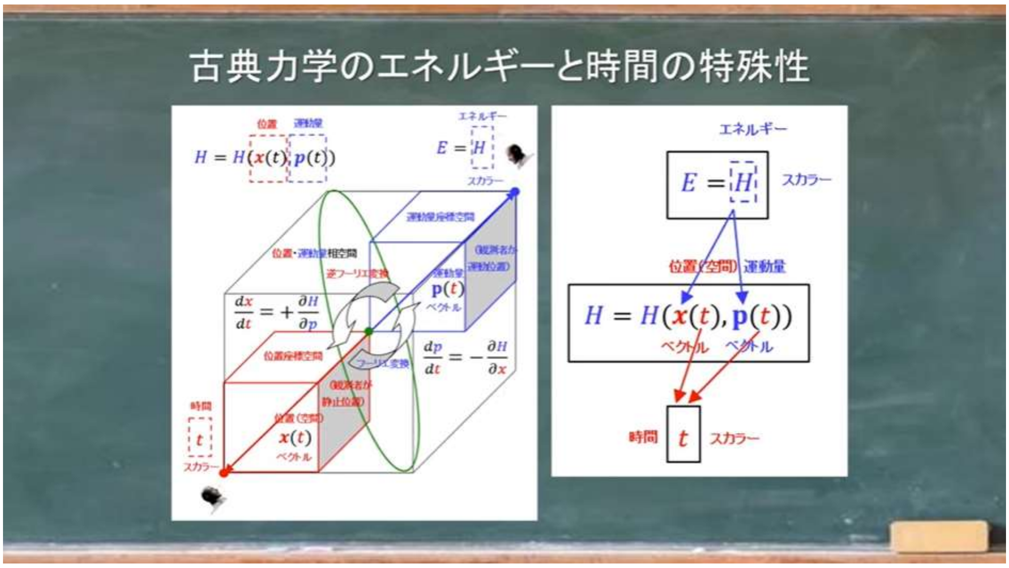


次に、ハミルトンの正準運動方程式を構成するために、「ハミルトニアン」あるいは「ハミルトン関数」は、運動エネルギーと位置エネルギー（より広くはポテンシャルエネルギー）の総和、つまり、力学的な総エネルギーとして定義される物理量ですが、この運動エネルギーは一般化された運動量の関数です。したがって、ハミルトニアンは一般化された位置と一般化された運動量の関数であり、この位置と運動量は対等、つまり、独立変数として扱われます。なお、ラグランジアンからハミルトニアンへの変換は数学的には「ルジャンドル変換」で行われます。

ハミルトンの正準運動方程式は、ニュートンの運動方程式由来の、運動量の時間微分がハミルトニアンの位置微分にマイナス符号を付けたものと等しいとする方程式だけでなく、ニュートンの運動方程式の際には速度、あるいは、運動量の定義式由来だった位置の時間微分はハミルトニアンの運動量微分と等しいとする等式も、ここでは恒等式ではなく前述の方程式とともに連立方程式を為します。

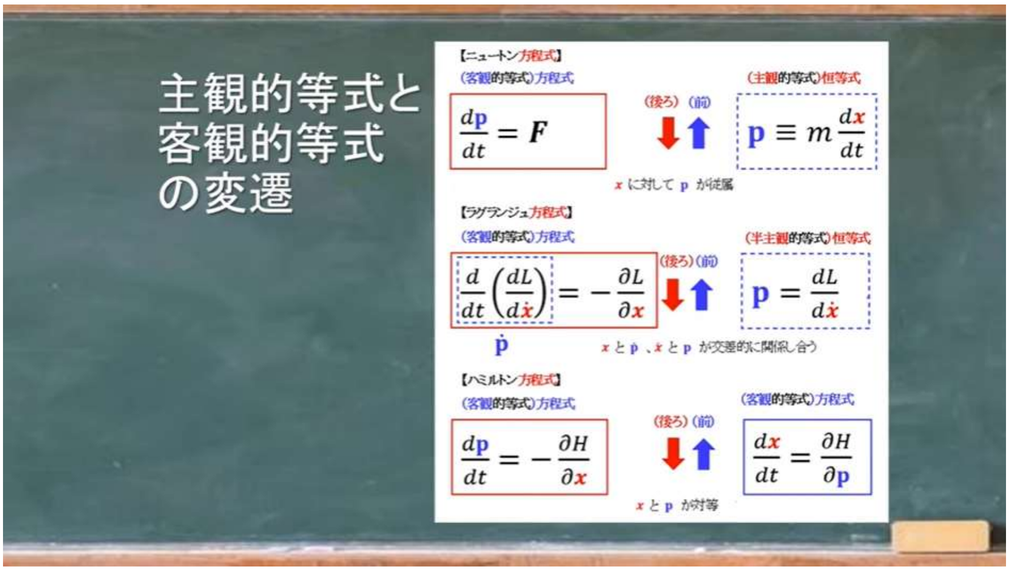


ハミルトニアンをエネルギーと読み替えると、ハミルトン方程式は、位置、運動量、エネルギー、時間という解析力学を含む古典力学において最も基本的な4つの物理量を含み、位置と運動量によるシンプレクティック形式を為す連立方程式です。ある種のキアスム（交差配列）構造をなすと言ってもいいかもしれません。

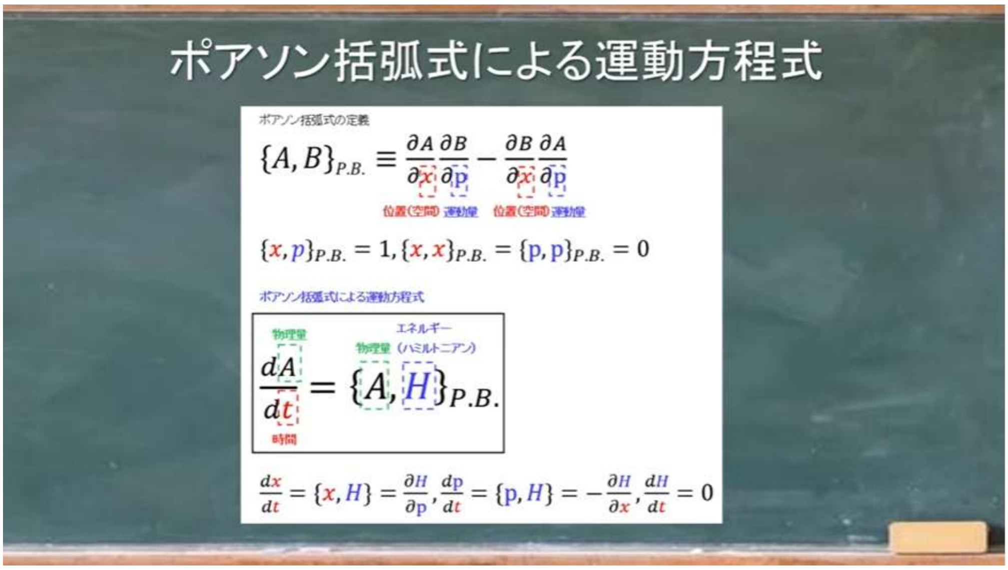


わたしたちが慣れ親しんでいるこの3次元空間は、位置を座標とする位置座標空間であり、ここでは運動量は位置座標の時間微分を用いて構成されます。逆に、3次元空間を運動量を座標とする運動量座標空間として構成することもできます。この場合、位置は運動量の時間微分を用いて構成されます。この位置座標空間と運動量座標空間とは、数学的手法としては、フーリエ変換および逆フーリエ変換を用いて、互いに往来できます。ハミルトニアンは力学において、最も上流的な存在だとも言え、このハミルトニアンは位置と運動量を関数とする汎関数として表せる物理量です。そして、その位置と運動量は時間の関数になっています。つまり、位置と運動量という相空間において対等であり、エネルギーと時間は位置と運動量を介して結びついています。

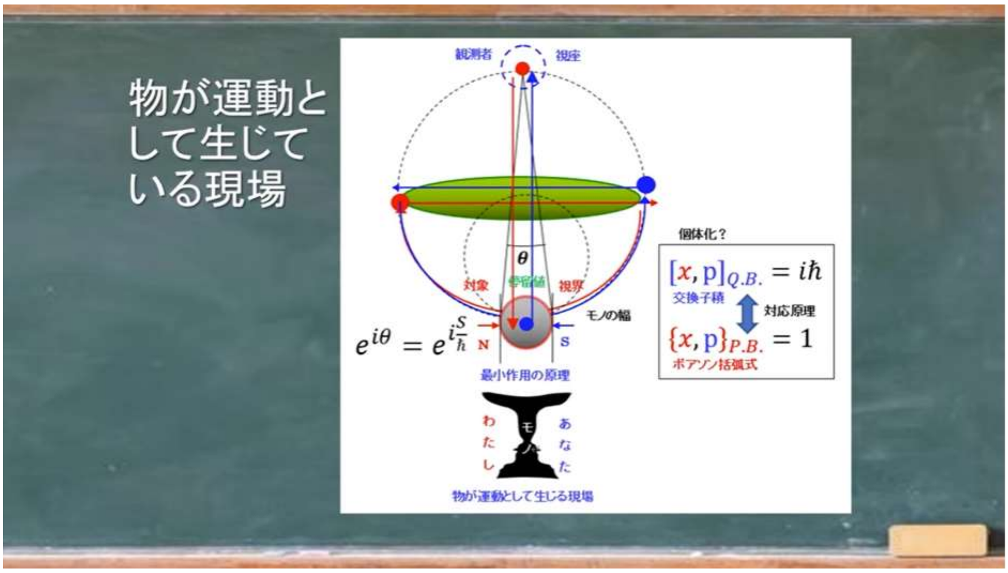
【武蔵野学院大学ヌーソロジー研究所】研究動画シリーズ#015 (2022/9/3 uploaded)
「ヌーソロジーの空間認識論は、どのように物理学と関係し得るか？2」
～ヌーソロジーと古典力学の対応の準備～ (32:40)



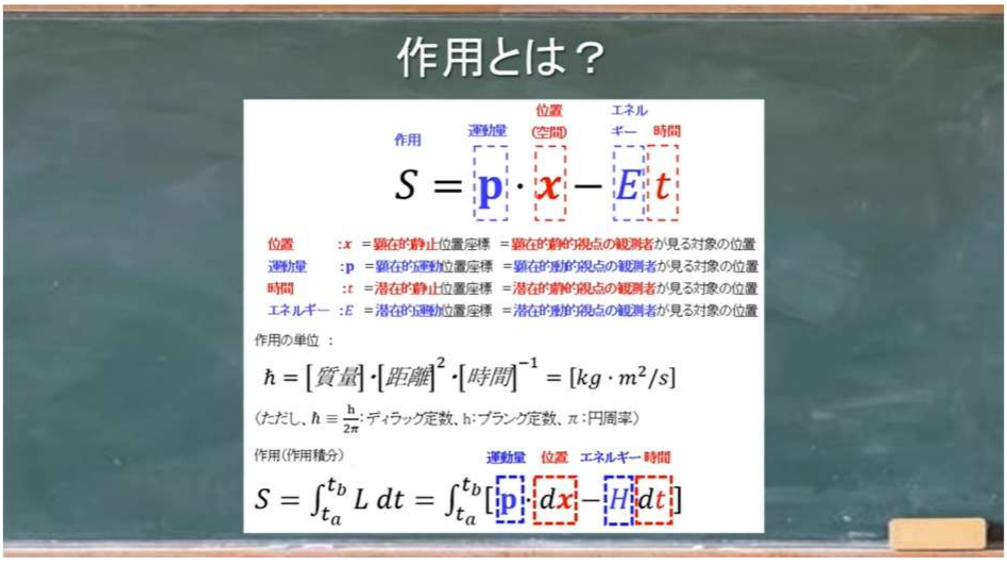
ここで、最初に掲げた主観的等式と客観的等式の関係について、ニュートン方程式からハミルトン方程式への変遷を振り返ってみましょう。まず、ニュートン方程式は、それ自身を客観的等式として、運動量の定義式を主観的等式と見れるという話をしました。これがラグンランジュ方程式になると、それ自身が客観的等式であることは同じなのですが、運動量はラグランジアンの定義式より導かれる、ある意味半主観的等式だと言え、方程式自体の中に埋め込まれた形で表現されています。ここで、ラグランジュ方程式は、運動量の時間微分がラグランジアンの位置による微分となることを示し、運動量の定義は、運動量がラグランジアンの位置の時間微分による微分となることを示しているので、この辺りに既に何らかの交差的構造が仕組まれています。しかし、この時点では、位置の時間微分、すなわち、速度は位置に対して従属的な変数です。さらに、ハミルトン方程式では、位置と運動量は完全に対等となり、互いに独立な変数として扱われます。したがって、ニュートン方程式由来の方程式だけでなく、運動の定義式由来の等式も方程式として迎え入れられ、両者の連立方程式として、シンプレクティック形式をなします。ここに、主観的等式由来の等式も、客観的的等式としての方程式として参加することになります。



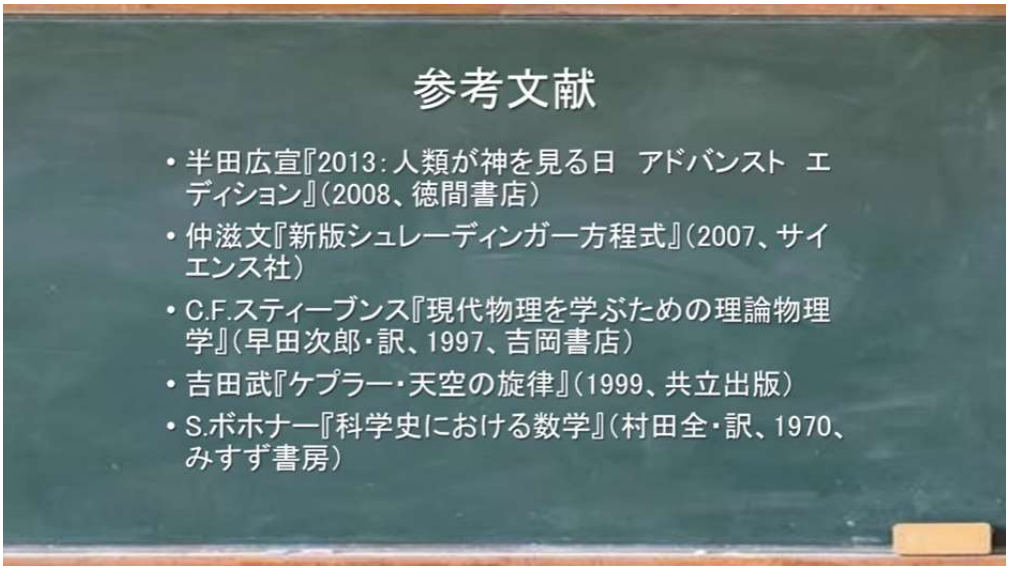
すべての物理量が位置と運動量の関数とする汎関数とするなら、その物理量の時間微分、つまり、時間変化（時間発展）は、位置微分と運動量微分によるポアソン括弧式を用いて表すことができます。このとき、その物理量として、位置と運動量をそれぞれ選べば、ハミルトン方程式が導けます。



この古典力学のポアソン括弧式は、量子力学においては、位置と運動量の交換関係と呼ばれる量子化条件と、いわゆる対応原理によって、対応させられます。したがって、古典力学のポアソン括弧式による運動方程式は、量子力学のハイゼンベルグ方程式に対応付けられます。



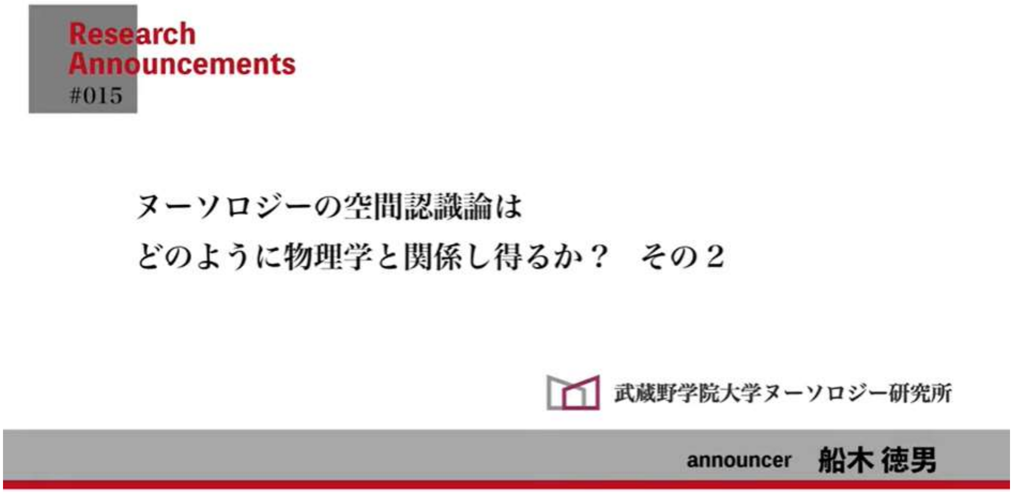
最後に、次回の量子力学との対応項目の候補を考える際に、キーワードとなってくると思われるのが、作用と呼ばれる物理量です。これは、元々はハミルトンの原理において、現実化する運動というものが「作用」と呼ばれる物理量が最小となる経路を選択するというところで登場した物理量です。この作用という物理量は、次元解析の観点からは、古典力学より量子力学において、むしろ重要であり、運動量に位置、つまり、距離を掛けたものや、エネルギーに時間を掛けたもの、さらには、角運動量と同じ単位であり、これこそが、プランク定数やそれを2πで割ったディラック定数と同じ単位なのです。この作用を構成する、運動量と位置、エネルギーと時間は互いに正準双対な物理量であるとともに、現代物理学では最も基本的な 4 つの物理量と呼ばれるものです。この辺りについては、次回詳しく触れることにしましょう。



というわけで、今回の研究動画では、「ヌーソロジーの空間認識論は、どのように物理学と関係し得るか？」の第 2 弾として、具体的に探っていくための準備段階として、まずは。ヌーソロジーと古典力学の対応項目について少し探ってみました。

【武蔵野学院大学ヌーソロジー研究所】研究動画シリーズ#015 (2022/9/3 uploaded)
「ヌーソロジーの空間認識論は、どのように物理学と関係し得るか？2」
～ヌーソロジーと古典力学の対応の準備～ (32:40)

次回の研究発表は、いよいよヌーソロジーと量子力学にはどのような対応項目の候補が考えられるだろうかというところを少し見ていきたいと思います。それではまた次回の研究発表でお会いしょう。どうもご視聴ありがとうございました。（了）



（出典:【武蔵野学院大学ヌーソロジー研究所】研究動画シリーズ#015（船木）
https://www.youtube.com/watch?v=TkEofXms_cs）